

Schuss auf fallende Platte

Durch eine geeignete Abschussvorrichtung (Kanone siehe Abb. 1) wird eine Metallkugel auf eine fallende Platte geschossen. Der Startzeitpunkt des freien Falls der Platte und der Abschuss der Kugel erfolgen simultan.

A) Beschreibung des Experiments

Die Simultanität von Abschuss und freiem Fall der Platte wird durch eine ausgeklügelte Vorrichtung realisiert. Ein Spulenmagnet hält die Platte 5 m über dem Boden in Position. Vor dem Lauf der Abschussvorrichtung befindet sich ein Kupferdrahtstück (siehe Abb. 1), welches den Stromkreis des Spulenmagnets schliesst. Sobald dieser durch die austretende Metallkugel unterbrochen wird, bricht das Magnetfeld zusammen und die Platte fällt. Unabhängig von der Abschussgeschwindigkeit der Metallkugel oder der Distanz zwischen der Platte und der Abschussvorrichtung wird die Platte immer getroffen, sofern die lineare Verlängerung des Abschussrohres auf die Platte zeigt oder kurz gesagt auf die Platte gezielt wird.



Abbildung 1: Kanone bei geschlossenem Stromkreis

Die Erklärung für dieses Experiment findet sich in Abschnitt B.

B) Physikalische Grundlagen

Das obige Phänomen kann durch die Betrachtung der Bewegungsgleichungen der Kinematik erklärt werden. Diese mathematischphysikalische Betrachtung liefert zwar eine Erklärung, doch ist sie nicht intuitiv verständlich, da die Berechnungen im Ruhesystem der Kanone gemacht werden.

Darum soll zuvor die folgende Situation in einem anderen Bezugssystem betrachtet werden: Die Kugel hat den Lauf der Kanone unmittelbar verlassen

und die Platte beginnt unter dem Einfluss der Erdanziehung zu fallen. Die Wahl des Bezugssystem ist nun essentiell. Es soll das *beschleunigte Bezugssystem der Platte* in Betracht gezogen werden. Die Kugel ist ebenfalls der Erdanziehung unterworfen. Hätte die Kugel keine Anfangsgeschwindigkeit v_0 , wären die Kugel und die Platte im beschleunigten Bezugssystem gegenüber einander in Ruhe. Wenn nun die Kugel die Platte treffen soll braucht die Kugel eine Geschwindigkeit, die in Richtung der Platte zeigt. Abbildung 2 zeigt den zeitlichen Verlauf der Kugel im beschleunigten Bezugssystem der Platte (die Platte ist in diesem System in Ruhe).

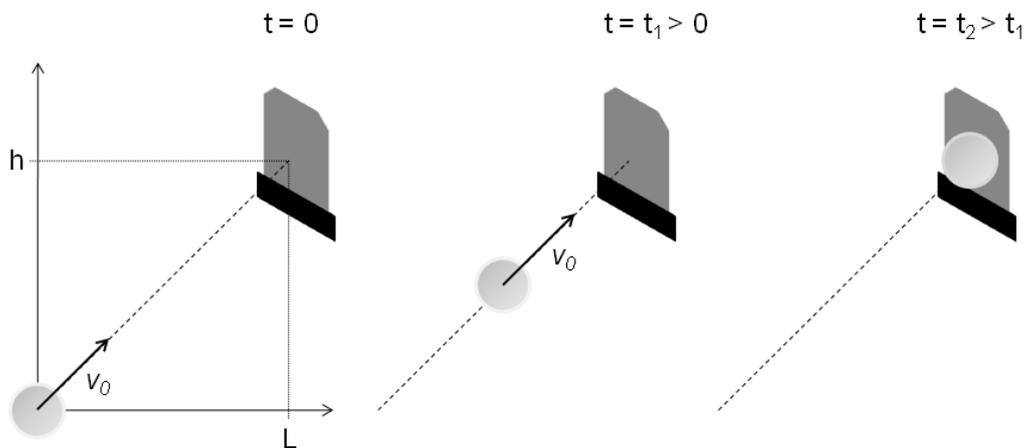
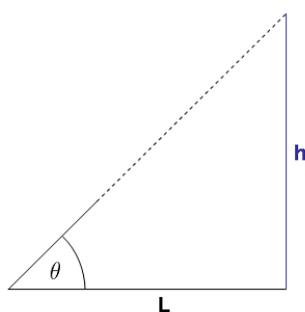


Abbildung 2: Zeitlicher Verlauf der Kugelbewegung im beschleunigten Bezugssystem der Platte

Die Grösse der Geschwindigkeit ist dabei irrelevant.

Der Vollständigkeit halber wird die mathematischphysikalische Berechnung im Ruhesystem der Kanone, also im Ruhesystem eines Beobachters durchgeführt. Dazu wird Abbildung 3 hinzugezogen.



Die Hypotenuse und die Grundlinie der Länge L schliessen den Winkel θ ein. Die Abschussgeschwindigkeit der Metallkugel ist gegeben durch

$$\vec{v}_0 = \begin{pmatrix} v_{0,x} \\ v_{0,y} \end{pmatrix} = v_{0,y} \cdot \begin{pmatrix} L/h \\ 1 \end{pmatrix} \quad (1)$$

Abbildung 3: Relationen

Die x-Komponente wurde wie folgt hergeleitet

$$\tan(\theta) = \frac{v_{0,y}}{v_{0,x}} \stackrel{!}{=} \frac{h}{L} \quad \Rightarrow \quad v_{0,x} = v_{0,y} \cdot \frac{L}{h}$$

Von nun an sei $v_{0,y} = v_0$. Damit werden unter der Voraussetzung, dass auf die Platte gezielt wird, die zeitabhängigen Ortskoordinaten der Metallkugel und der Platte niedergeschrieben

$$\vec{r}_{\text{Kugel}} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_0 \cdot \cos(\theta)t \\ v_0 \cdot \sin(\theta)t - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix} \quad (2)$$

$$\vec{r}_{\text{Platte}} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} L \\ h - \frac{1}{2}gt^2 \end{pmatrix} \quad (3)$$

Wenn die Kugel die Platte treffen soll, muss die Kugel nach einer bestimmten Zeit t_0 die Strecke L zurückgelegt haben. Für die x-Komponente gilt

$$v_0 \cdot \cos(\theta)t_0 = L \quad \Rightarrow \quad t_0 = \frac{L}{v_0 \cdot \cos(\theta)} \quad (4)$$

Um zu überprüfen, ob die Kugel die Platte tatsächlich trifft, wird die in (4) erhaltene Zeit t_0 in die Gleichungen (2) und (3) eingesetzt. Für die y-Komponenten zur Zeit t_0 gilt

$$y_{\text{Kugel}}(t_0) = v_0 \cdot \sin(\theta) \cdot \frac{L}{v_0 \cdot \cos(\theta)} - \frac{1}{2}t_0^2 = L \cdot \tan(\theta) - \frac{1}{2}gt_0^2 \quad (5)$$

$$y_{\text{Platte}}(t_0) = h - \frac{1}{2}t_0^2 = L \cdot \tan(\theta) - \frac{1}{2}gt_0^2, \quad (6)$$

wobei $h = L \cdot \tan(\theta)$ in der zweiten Zeile verwendet wurde. Damit ist gezeigt worden, dass die Kugel und die Platte zur Zeit t_0 am selben Ort befinden und die Platte von der Kugel getroffen wird. Es soll noch angemerkt werden, dass sich die Geschwindigkeiten der beiden Objekte zum Zeitpunkt des Zusammenstoßes unterscheiden.