Pendel = Sinusbewegung

Eine an einem Drahtgestell fixierte schwarze Kugel führt eine gleichförmige Kreisbewegung aus. Exakt beim Erreichen des Scheitelpunktes wird ein langes Fadenpendel mit geeigneter Schwingungsdauer, an dessen Ende eine rote Kugel befestigt ist, losgelassen. Die beiden Kugeln sind in der Projektionsachse zu jeder Zeit deckungsgleich.

A) Beschreibung des Experiments

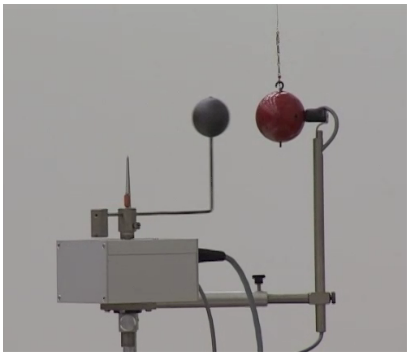

Abbildung 1: Bild1

Abbildung 2: Bild2

Die kleinere schwarze Kugel bewegt sich auf einer Kreisbahn mit Radius r mit der der Winkelgeschwindigkeit ω. Zuvor wird die grössere rote Kugel durch einen Magneten festgehalten (vgl. Abb. 1) und anschliessend beim Erreichen des Scheitelpunktes in der Projektionsachse losgelassen (vgl. Abb. 2).

B) Physikalische Grundlagen

Die Synchronität der Pendelschwingung und der gleichförmigen Kreisbewegung ist keinesfalls zufälliger Natur. Der Kongruenz der Projektion der sich auf einer geeigneten Kreisbahn bewegenden schwarzen Kugel und der schwingenden roten Kugel liegt das Prinzip des harmonischen Oszillator zu Grunde. In diesem Experiment ist die Herleitung der Bewegungsgleichung durch Differentialrechnung zweitrangig, umso mehr steht die Beobachtung im Vordergrund, wodurch die Bewegungsgleichung auf eine einfache Art und Weise ermittelt werden kann.

Zuerst wird die gleichförmige Kreisbewegung in Abhängigkeit von der Winkelgeschwindigkeit ω und der Zeit t bestimmt werden. Dazu ist das Koordinantensystem in Abbildung (3) hilfreich.

Dabei ist der zeitabhängige Winkel θ gegeben durch die Relation $\theta = \omega \cdot t$ und

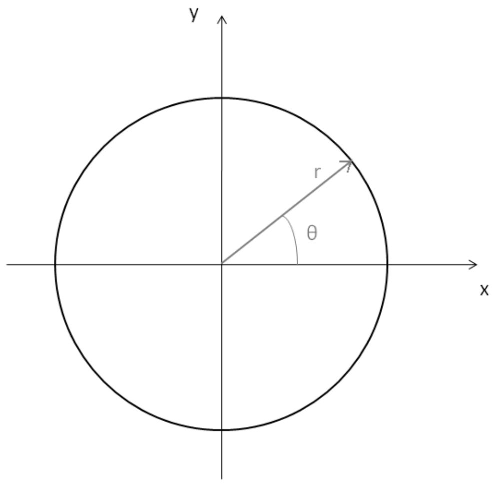

Abbildung 3: Koordinatensystem

der Startpunkt der gleichförmigen Kreisbewegung zur Zeit $t = 0$ ist $P\ (r, 0)$. Damit lässt sich für die Kreisbewegung die wie folgt darstellen

$$\vec{r} = \begin{pmatrix} x(t) \\ y(t) \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix} = r \cdot \begin{pmatrix} \sin(\omega t + \pi/2) \\ -\cos(\omega t + \pi/2) \end{pmatrix} \tag{1}$$

Für das Fadenpendel, dessen Länge gross ist, verläuft die Schwingung in guter Näherung in der x-Achse. Weil die beiden Kugeln in der Projektionsachse zu jeder Zeit deckungsgleich sind, wenn das Pendel am Ort $P\ (r, 0)$ zur Zeit $t = 0$ losgelassen wird, ist nun die zeitabhängige Amplitudengleichung des Fadenpendels bekannt

$$s(t) = r \cdot \sin(\omega t + \pi/2)\ ,$$

wobei hier r die maxiamle und $r(t)$ die zeitabhänige Auslenkung des Fadenpendels ist. Abschliessend soll noch bemerkt werden, dass im Fall von grosser Fadenlänge das Pendel eine *harmonische Schwingung* ausführt. Die Amplitudengleichung ist nicht zwingend durch eine Sinusfunktion gegeben.