

## 1.6.101 Drallsatz: mit Hanteln

\*\*\*\*\*

### 1 Motivation

Dieses wunderschöne Experiment demonstriert die Erhaltung des Drehimpulses im abgeschlossenen System.

### 2 Experiment



Abbildung 1: Drallsatz: mit Hanteln. Das Experiment

Eine Person steht auf einem Drehschemel mit einer Hantel in jeder (siehe Abbn. 1 und 2). Sie wird von einer zweiten, aussenstehenden, Person in Rotation um die vertikale  $z$ -Achse mit der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$  versetzt.

Der **Drehimpulssatz** lautet:

$$\frac{d\mathbf{L}_S}{dt} = \mathbf{M}_S^{\text{ext}} \quad (1)$$

Dabei sei  $\mathbf{S}$  der Schwerpunkt des Systems und  $\mathbf{L}_S$  der Drehimpuls der beiden Hanteln relativ

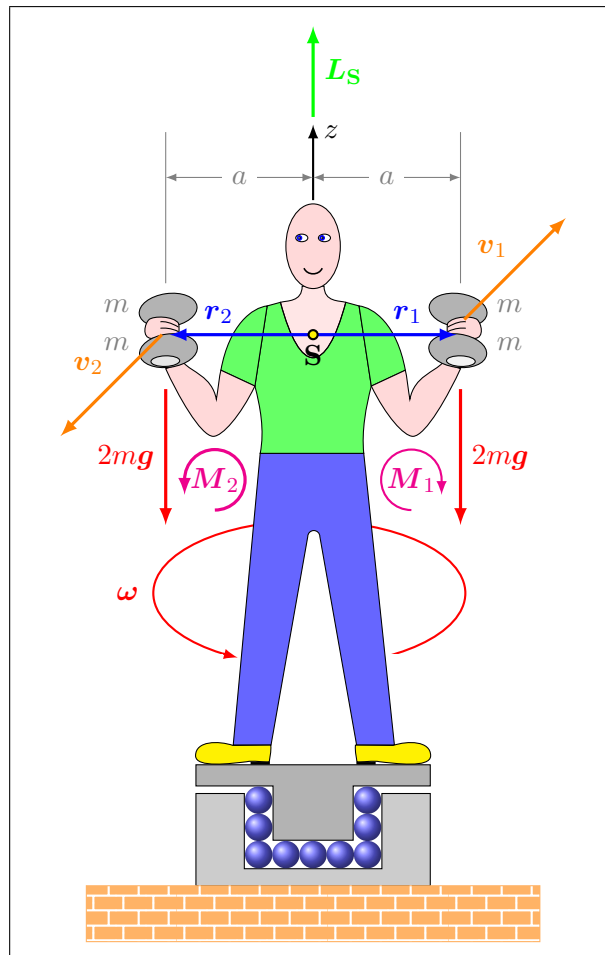


Abbildung 2: Drallsatz mit Hanteln: Die Observablen

zu der durch  $\mathbf{S}$  verlaufenden vertikalen Achse. Der Drehimpuls der Person sei wegen des kleineren Abstands zur Achse vernachlässigbar klein.

Da sich die durch die äusseren Kräfte erzeugten Drehmomente  $\mathbf{M}$  gegenseitig wegheben, ist das gesamte Drehmoment gleich null, und der Drehimpuls  $\mathbf{L}_S$  der beiden Hanteln bleibt erhalten:

$$\mathbf{L}_S = \mathbf{r}_1 \times (2m\mathbf{v}_1) + \mathbf{r}_2 \times (2m\mathbf{v}_2) = \text{konst.} \quad (2)$$

Da  $\mathbf{r}_2 = -\mathbf{r}_1$  und  $\mathbf{v}_2 = -\mathbf{v}_1$  gilt, folgt

$$\mathbf{L}_S = 4m \mathbf{r}_1 \times \mathbf{v}_1 \quad (3)$$

Der Betrag des Drehimpulses ist gleich

$$L_S := |\mathbf{L}_S| = 4ma^2\omega \quad (4)$$

Da der Drehimpuls konstant ist, gilt

$$\omega \sim \frac{1}{a^2} \quad (5)$$

Demnach führt eine Vergrößerung des Hantelabstandes  $a$  zu einer Verkleinerung der Winkelgeschwindigkeit  $\omega$ !

**Hinweis:** Aus Sicherheitsgründen sollte man sich nie mit ausgestreckten Hanteln in Rotation versetzen lassen, da man beim Heranziehen der Hanteln an den Körper leicht die zulässige Geschwindigkeit überschreitet!